

Глава 1

Предварительное знакомство с теорией ошибок

Теория ошибок — изучение и оценка погрешности в измерениях. Опыт показывает, что ни одно измерение, как бы тщательно оно ни проводилось, не может быть совершенно свободно от ошибок. Поскольку в основе любой науки и ее применений лежат измерения, исключительно важно уметь рассчитывать эти ошибки и сводить их к минимуму.

В этой главе описываются некоторые простые измерения, на которых иллюстрируется неизбежность появления экспериментальных ошибок и показывается, насколько важно знать, как велики эти ошибки. Затем мы объясняем, по крайней мере для некоторых простых случаев, как можно правильно рассчитать величины экспериментальных ошибок, главным образом не более чем на основе здравого смысла.

1.1. Ошибки как погрешности

В науке слово «ошибка» не имеет обычного значения чего-то неправильного. «Ошибка» в научном измерении означает неизбежную погрешность, которая сопутствует всем измерениям. Ошибки как таковые нельзя отнести к промахам экспериментатора; вы не можете избежать их, стараясь быть очень внимательными. Лучшее, на что вы можете рассчитывать, — это свести ошибки к возможному минимуму и надежно рассчитать их величины. В большинстве учебников вводятся дополнительные определения слова «ошибка». Некоторые из них мы обсудим позднее. Пока, однако, мы будем использовать слово «ошибка» исключительно в значении «погрешность», считая эти два слова равнозначными.

1.2. Неизбежность погрешностей

Чтобы показать неизбежность появления ошибок, мы должны лишь тщательно проанализировать любое повседневное измерение. Рассмотрим, например, действия плотника, который,

чтобы установить дверь, должен измерить высоту дверного проема. Делая прикидку, он мог бы просто взглянуть на дверной проем и оценить его высоту в 210 см. Это грубое «измерение» определенно содержит погрешность. При необходимости плотник мог бы учесть эту погрешность, допуская, что высота может быть и меньше (205 см), и больше (215 см).

Если бы он захотел произвести более строгое измерение, он мог бы использовать рулетку и определить, что высота равна 211,3 см. Это измерение определенно является более точным, чем его первоначальная прикидка, но и оно, очевидно, содержит некоторую погрешность, поскольку *невероятно*, чтобы он мог знать, что высота равна точно 211,3000 см, а не, например, 211,3001 см.

Имеется много причин, влияющих на эту остающуюся погрешность. Часть из них мы будем рассматривать в этой книге. Некоторые из источников ошибок можно было бы устранить, если бы плотник проявил больше внимания к измерению. Например, одним из источников ошибки могло служить плохое освещение, затрудняющее считывание с рулетки. Эту причину ошибки можно было бы устранить, улучшив освещение.

С другой стороны, некоторые из источников ошибки присущи самому процессу измерения и никогда не могут быть полностью устранены. Например, предположим, что рулетка плотника проградуирована полусантиметровыми делениями. Верх дверного проема, по всей вероятности, не совпадает точно ни с одним из полусантиметровых делений. В этом случае плотник должен *оценить* положение верха проема между двумя делениями. Если же верх проема совпал с одним из делений, то, учитывая, что само деление имеет ширину порядка миллиметра, он должен оценить положение верха в пределах деления. В любом случае плотник должен в конечном счете оценить, где лежит верх дверного проема относительно делений на его рулетке, и это приводит к некоторой ошибке в его отсчете.

Купив другую рулетку с чаще расположенными и более тонкими делениями, плотник может уменьшить ошибку, но не может ее полностью устранить. Если бы он преисполнился решимости определить высоту проема с наилучшей точностью, допускаемой современным техническим уровнем, он мог бы купить дорогой лазерный интерферометр. Но даже точность интерферометра ограничена величиной порядка длины волны света (около $0,5 \cdot 10^{-6}$ м). Хотя теперь плотник был бы в состоянии проводить измерения с фантастической точностью, ему все же не удалось бы *точно* определить высоту дверного проема.

Более того, стремясь достигнуть все более высокой точности, наш плотник столкнется с важной и принципиальной проблемой. Он определенно обнаружит, что высота в разных местах различна. Даже в одном и том же месте он найдет, что высота изменяется, если меняются температура и влажность или даже если он случайно сотрет тонкий слой пыли. Другими словами, он обнаружит, что нет такой величины, как *высота дверного проема*. Такого рода проблема называется *проблемой определения* (высота дверного проема не является точно определяемой количественной характеристикой). Она играет важную роль во многих научных измерениях.

Опыты нашего плотника иллюстрируют известную истину. Ни одну физическую величину (длину, время, температуру и т. д.) нельзя измерить с полной определенностью. Ценой особых усилий мы можем свести ошибки до очень малых значений, но исключить их полностью невозможно.

В повседневных измерениях мы обычно не затрудняем себя обсуждением ошибок. Иногда ошибки просто не имеют значения. Если мы говорим, что расстояние между домом и школой равно 3 км, то (в большинстве случаев) не важно, значит ли это, что оно лежит «между 2,5 и 3,5 км» или «между 2,99 и 3,01 км». Часто ошибки важны, но их нельзя оценить интуитивно без точного анализа. Когда наш плотник начнет подгонять дверь, он должен знать ее высоту с ошибкой порядка 1 мм. В конце концов, пока ошибка столь мала, дверь (во всех практических случаях) будет отлично подогнана и его интерес к теории ошибок пропадет.

1.3. Как важно знать погрешности

Наш пример с плотником, измеряющим дверной проем, иллюстрирует возникновение ошибок в измерениях. Теперь мы рассмотрим пример, который более отчетливо показывает, насколько важно знать величину этих ошибок.

Предположим, что мы столкнулись с проблемой, которую, как говорят, решил Архимед, а именно: нас попросили определить, изготовлена ли корона из 18-каратного золота¹⁾, как об этом заявили, или же из более дешевого сплава. Следуя Архимеду, мы решили определить плотность материала короны, зная, что плотности 18-каратного золота и подозреваемого сплава равны соответственно

$$\rho_{\text{золото}} = 19,3 \text{ г/см}^3$$

и

$$\rho_{\text{сплав}} = 13,8 \text{ г/см}^3.$$

¹⁾ 18-каратное золото — сплав, на 24 части которого приходится 18 частей драгоценного металла и 6 частей цветных металлов. — *Прим. перев.*